

MODÈLES VAR STRUCTURELS ET ANALYSE EN COMPOSANTES INDÉPENDANTES - APPLICATION À DES DONNÉES MACROÉCONOMIQUES AMÉRICAINES

Marie-Anne Vibet ¹ & Jacques Lévy-Vehel ² & Anne Philippe ³

¹ *Université de Nantes, Laboratoire de mathématiques Jean Leray
2, Rue de la Houssinière, 44000 Nantes, FRANCE*

E-mail : marie-anne.vibet@univ-nantes.fr

² *Equipe Anja, Inria Rennes*

2, Rue de la Houssinière, 44000 Nantes, FRANCE

E-mail : jacques.levy-vehel@gmail.com

³ *Université de Nantes, Laboratoire de mathématiques Jean Leray
2, Rue de la Houssinière, 44000 Nantes, FRANCE*

E-mail : anne.philippe@univ-nantes.fr

Résumé. Nous analysons les relations causales entre certaines variables clés de l'économie et de la politique monétaire américaine. Nous appliquons l'analyse en composantes indépendantes (ICA) afin d'identifier la partie structurelle du modèle VAR structurel (SVAR). Cette méthode repose sur l'hypothèse de non-Gaussiannité des résidus. La procédure VAR-LINGAM développée dans Moneta *et al.* (2010) permet d'intégrer l'identifiabilité de la partie structurelle à l'estimation des coefficients du modèle VAR. Notre apport principal consiste à inclure, dans le modèle VAR, les volatilités locales et intensités locales des sauts pour mettre en évidence des causalités potentielles entre "nervosité des marchés" et politique monétaire.

Mots-clés. VAR structurel, Analyse des composantes indépendantes, procédure VAR-LINGAM, données macro-économiques, Politique monétaire, volatilité locale, intensité locale des sauts.

Abstract. We analyze causal relations between key economic variables and monetary policy in the USA. We apply a recently developed method for estimating Structural vector-autoregressive models : causal independent component analysis. This method relies on the non-Gaussianity of the considered time series to identify the underlying causal structure. It has been implemented in R with the VAR-LINGAM algorithm Moneta *et al.* (2010). Our main contribution consists in incorporating the local volatility and jump intensity as variables in the model, in view of investigating the relationships between market roughness and monetary policies.

Keywords. Structural VAR, Independent Component Analysis, VAR-LINGAM algorithm, Macroeconomic data, Monetary policy, local volatility, local jump intensity.

1 Problématique

L'analyse de la dynamique d'un problème économique passe par l'étude des influences causales entre les différentes variables du système étudié. Une problématique économique classique est de mesurer l'impact d'un choc ou d'une intervention sur une ou plusieurs variables clés.

Les modèles SVAR sont très populaires dans ce cadre. Ils donnent des informations sur les relations causales au sein du système économique et permettent de retracer comment les chocs économiques affectent le système. Cependant, ils ne permettent pas d'élucider les relations causales instantanées.

Pour élucider complètement la structure de causalité, deux types d'approches ont été proposées : les premières fondées sur la théorie économique, les secondes sur la seule exploitation des données. Notre travail s'inscrit dans la deuxième tendance. Plus précisément, nous nous servons d'une méthode récente qui exploite le fait que les variables économiques ne sont généralement pas gaussiennes.

2 Méthode

La forme réduite d'un modèle VAR (vector of autoregressive variables) est la suivante :

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + u_t \quad (1)$$

avec, Y_t , pour $t = 1$ à T , un vecteur de dimension $K \times 1$, de K variables contemporaines, A_j , pour $j = 1, \dots, p$, p matrices de tailles $K \times K$, matrices de coefficients estimés par le modèle, et u_t est un vecteur de dimension $K \times 1$, correspondant aux bruits aléatoires.

u_t est supposé être un processus du second ordre, de moyenne nulle et décorrélé dans le temps. On note Σ_u la matrice des corrélations entre les variables contemporaines. Cette matrice est également estimée par le modèle VAR.

L'ordre p du modèle est la plupart du temps estimé grâce à un critère d'information comme l'AIC.

La stabilité d'un tel processus est vérifiée si $\det(I_K - A_1 z - \dots - A_p z^p) \neq 0$ pour tout $z \in \mathbb{R}$ tel que $|z| \leq 1$. Sous cette condition et avec un nombre suffisant de données, l'équation 1 peut être correctement estimée par les moindres carrés par maximum de vraisemblance (Moneta (2010), Herwartz (2016)).

Cependant, u_t ne permet pas de répondre correctement à notre problématique car les différentes composantes de u_t ne sont pas décorrélées. Afin d'étudier les influences causales des différents chocs sur le système économique, il est nécessaire de recourir aux modèles VAR structurels. L'idée est de déterminer la matrice P telle que

$$u_t = P \epsilon_t$$

avec ϵ_t un vecteur de K composantes décorréelées. La question est de savoir comment identifier la matrice P .

Moneta *et al.* (2013, 2010) font l'hypothèse que les variables sont non-gaussiennes et utilisent l'analyse en composantes indépendantes (ICA) afin d'identifier l'unique matrice structurelle permettant d'obtenir les ϵ_t indépendants. Récemment Gouriéroux *et al.* (2017, 2014) ont prouvé qu'à une permutation près et au signe près, des liens linéaires entre les résidus u_t et des chocs structurels indépendants peuvent être identifiés si au plus un choc structurel marginal est gaussien.

Moneta *et al.* (2013, 2010) cherchent alors une matrice P telle que

$$\epsilon_t = P^{-1}u_t = (I - B)u_t$$

avec I la matrice identité et B une matrice triangulaire inférieure dont les éléments diagonaux sont nuls et correspondent aux effets causaux contemporains. Ainsi, l'identification du modèle SVAR revient à identifier cette matrice causale B .

En pratique, on vérifie que les chocs économiques peuvent la plupart du temps être considérés comme non gaussiens. Nous nous placerons dans ce cadre et nous appliquerons la procédure VAR-LINGAM développée par Moneta *et al.* (2010) et implémentée sous R à nos données.

3 Étude de la procédure VAR-LINGAM - Simulations

Nous avons tout d'abord réalisé une série de tests afin d'évaluer l'adéquation de la procédure VAR-LINGAM sur des données simulées.

Posons : $X_t = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$ et pour $t \in 1, \dots, T$,

$$X_t = BX_t + AX_{t-1} + Z_t \tag{2}$$

avec Z_t une matrice de bruits indépendants uniformes sur $[-2,2]$ et A une matrice de taille 3×3 dont les coefficients sont tirés uniformément sur $[0,0.2]$ afin de rendre les séries X_t , $i = 1, \dots, 3$, stationnaires. Fixons la matrice A et posons :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.3 & 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

Nous étudions numériquement les points suivants :

- Quelle est la longueur des séries nécessaire à une bonne estimation des coefficients des matrices A et B ?
- Est-ce que les coefficients des matrices B et A sont bien estimés par la procédure VAR-LINGAM (en utilisant une méthode de bootstrap) ?
- L'estimation des écart-types des coefficients des matrices A et B .

Le détail de ces études n'est pas décrit ici, mais les résultats sont satisfaisants.

4 Application au jeu de données américaines

Nous travaillons sur un jeu de données macro-économiques américaines. Il s'agit de séries chronologiques, reportées à partir de janvier 1996 jusqu'à avril 2016, correspondant à 6 variables, 2 indices obligataires et le S&P 500, et 3 variables liées à la Réserve Fédérale.

1. The BofA Merrill Lynch US Broad Market Index (report 1 jour par semaine)
2. The BofA Merrill Lynch US Corporate Index (report 1 jour par semaine)
3. United States, Equity Indices, S&P, 500, Index, Price Return, Close, USD (report lors des jours ouvrés)
4. United States, Fed Funds Rates, Federal Reserve, Total, Short-Term, Yield (report lors des jours ouvrés)
5. United States, Government Benchmarks, Federal Reserve, Treasury Bills, Secondary Market, Discount Rate, 3 Month, Yield (report lors des jours ouvrés)
6. Other Factors Draining Reserve Balances, Reserve Balances with Federal Reserve Banks (report 1 jour par semaine)

Le jeu de données est construit en prenant une valeur par jour ouvré, soit 5 jours par semaine. Pour les données qui ne sont reportées qu'un seul jour par semaine, une interpolation linéaire a été réalisée afin d'obtenir les valeurs manquantes. Ceci produit 5 291 données, 3 393 de janvier 1996 à décembre 2008 et 1 898 de janvier 2009 à avril 2016.

L'apport principal de notre travail consiste à ajouter aux séries ci-dessus les signaux composés des volatilités locales et intensités locales des sauts pour les trois premiers indices. La volatilité locale est estimée comme l'écart type sur une fenêtre glissante, et l'intensité locale comme l'exposant de stabilité d'un processus "tangent" à la série encore sur une fenêtre glissante. L'hypothèse que nous souhaitons vérifier est la suivante : est-ce que les interventions monétaires (*i.e.* les séries 4, 5 et 6) ont pour effets simultanés de diminuer la volatilité locale et d'augmenter l'intensité locale des sauts ? Autrement dit, la moindre grande "nervosité" des marchés sur le court terme n'est-elle pas obtenue au prix d'une augmentation de la survenance de sauts de discontinuités ?

Une problématique secondaire et plus classique est de mesurer, sous l'hypothèse d'une

influence de la Réserve et des taux (short-term et Treasury Bills) sur les indices obligataires et sur le SP500, le décalage de temps entre un choc des causes (Réserves ou taux) et un effet sur les conséquences (indices obligataires et SP500).

Nous présenterons les résultats de cette analyse.

Bibliographie

- [1] Moneta, A. and Entner, D. and Hoyer, P. and Coad, A. (2010), *Causal Inference by Independent Component Analysis with Applications to Micro- and Macroeconomic Data*, Jena Economic Research Papers, Friedrich-Schiller-University Jena.
- [2] Moneta, A. and Entner, D. and Hoyer, P. and Coad, A. (2013), *Causal inference by independent component analysis : Theory and applications*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 75, 705-730.
- [3] Gouriéroux, Christian and Monfort, Alain and Renne, Jean-Paul (2017), *Statistical inference for independent component analysis : Application to structural VAR models*, Journal of Econometrics, 196, 111-126.
- [4] Gouriéroux, Christian and Monfort, Alain (2014), *Revisiting Identification and estimation in Structural VARMA Models*, Working Papers.
- [5] Herwartz, Helmut and Plödt, Martin (2016), *The macroeconomic effects of oil price shocks : Evidence from a statistical identification approach*, Journal of International Money and Finance, 61, 30-44.